# אלגברה 1 מ' -104016-
## בחינת מועד א' – סמסטר א' תשס"ב

שם משפחה: _____ שם פרטי: _____

מס. סטודנט: _____ פקולטה: _____

משך הבחינה: שלוש שעות. בבחינה יש 17 שאלות.

בחר תשובה נכונה לכל שאלה מבין האפשרויות הנתונות. וסמן ב- x את המשבצת המתאימה. אם תסומן יותר ממשבצת אחת לשאלה מסוימת, תשובתך לשאלה זו תפסל. לא תורדנה נקודות על תשובות לא נכונות. בסוף הבחינה מצורף דף תשובות נוסף המיועד עבורך. תוכל לרשום בו את תשובותיך ולשמור לצורך בדיקת תשובותיך. נא לא לפרק השאלון. בתום הבחינה עליך להחזיר את כל השאלון פרט לדף האחרון. אסור להשתמש בכל חומר עזר כולל מחשבון..

ב ה צ ל ח ה !

| | א | ב | ג | ד | ה |
|---|---|---|---|---|---|
| שאלה 1 | | | | | |
| שאלה 2 | | | | | |
| שאלה 3 | | | | | |
| שאלה 4 | | | | | |
| שאלה 5 | | | | | |
| שאלה 6 | | | | | |
| שאלה 7 | | | | | |
| שאלה 8 | | | | | |
| שאלה 9 | | | | | |
| שאלה 10 | | | | | |
| שאלה 11 | | | | | |
| שאלה 12 | | | | | |
| שאלה 13 | | | | | |
| שאלה 14 | | | | | |
| שאלה 15 | | | | | |
| שאלה 16 | | | | | |
| שאלה 17 | | | | | |

סה"כ : _____

שאלה מס. 1

יהי $k$ מספר טבעי $k \geq 2$ , ויהיו $u_1 , u_2 , \ldots, u_k$ וקטורים בלתי תלויים ב- $R^n$.
תהי $S = \{u_1 + u_2 , u_2 + u_3 , \ldots, u_{k-1} + u_k , u_k + u_1\}$ אז :

א. $S$ תלויה ליניארית אם ורק אם $k = 2$.
ב. $S$ בלתי תלויה ליניארית לכל $k$.
ג. $S$ תלויה ליניארית אם ורק אם $k$ אי-זוגי.
ד. $S$ תלויה ליניארית לכל $k$.
ה. אם $k$ אי-זוגי אז $S$ בלתי תלויה ליניארית.

שאלה מס. 2

נתונה המשוואה :

$$\begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & 1 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$$

כאשר $a$ פרמטר ממשי ו- $X$ מטריצה נעלמת $3\times 3$. אזי :

א. קיים ערך אחד ויחיד של $a$ כך שהצירוף $\frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$ הוא פתרון כאשר $X_1$ ו- $X_2$ הם פתרונות.
ב. קיים ערך אחד ויחיד של $a$ כך שלמשוואה יש פתרון יחיד.
ג. קיים ערך אחד ויחיד של $a$ כך שלמשוואה יש אינסוף פתרונות.
ד. קיים ערך אחד ויחיד של $a$ כך שלמשוואה לא קיים פתרון.
ה. קיים ערך אחד ויחיד של $a$ כך שסכום של כל שני פתרונות הוא גם פתרון.

שאלה מס. 3

יהיו $V$ אוסף המטריצות הסימטריות הממשיות $3\times 3$,
$U$ אוסף המטריצות האנטי-סימטריות הממשיות $3\times 3$,
ו- $W$ אוסף המטריצות מהצורה $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ $a,b,c,\in R$ אז :

א. קיימת מטריצה הפיכה $A \in W$ כך ש- $A^{-1} \notin W$.
ב. $\dim(U + W) = 6$.
ג. $V \cup W = R^{3,3}$.
ד. $(U \cap W) \oplus (V \cap W) = R^{3,3}$

ה. $(U \cap W) \oplus (V \cap W) = W$

( $R^{3,3}$ הוא מרחב המטריצות הממשיות $3\times 3$ )

<u>שאלה מס. 4</u> :

תהי $A$ מטריצה קומפלקסית $4\times 4$ כך ש- $|A| = 1-i$. אז $\left|adj\left(A^{-1}\right)\right|$ שווה ל-

א. $-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}i$

ב. $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$

ג. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

ד. $-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}i$

ה. $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}i$

<u>שאלה מס. 5</u> :

תהי $A$ מטריצה ממשית $5\times 5$ המקיימת $A^3 = -A$ אז :

א. לא קיימת מטריצה כזו.

ב. $A^2 = -I$ או $A = 0$.

ג. $A$ איננה הפיכה.

ד. $A$ בהכרח אנטי סימטרית.

ה. בהכרח $tr(A) \neq 0$.

<u>שאלה מס. 6</u>

תהי $T : R^{2,2} \to R^{2,2}$ ההעתקה הליניארית המוגדרת ע"י

$T(A) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} A$ (כש- $R^{2,2}$ הוא מרחב המטריצות הממשיות $2\times 2$) אז:

א. $\ker T + \operatorname{Im} T = R^{2,2}$ אך הסכום אינו ישר.

ב. $\dim(\ker T) > \dim(\operatorname{Im} T)$.

ג. $\ker T = \operatorname{Im} T$.

ד. $\ker T \oplus \operatorname{Im} T = R^{2,2}$.

ה. $T$ היא על

<u>שאלה מס. 7 :</u>

תהי $T: R_2[x] \to R_2[x]$ העתקה ליניארית.

יהי $B = \{p_1 = x+1,\ p_2 = x-1\ ,\ p_3 = x^2+1\}$ בסיס ל- $R_2[x]$ המטריצה המייצגת של $T$ לפי הבסיס $B$ היא :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

אזי $T(x^2+2x+1)$ שווה ל-

א. $x^2+4x-2$

ב. $6x^2+4x+2$

ג. $2x-1$

ד. $4x^2-4x$

ה. $4x^2+4x+4$

<u>שאלה מס. 8 :</u>

תהי $A$ מטריצה $3\times 3$ המקיימת $A^3 = 0\ ,\ A^2 \neq 0$ אז :

א. קיים סקלר $\alpha$ שונה מאפס כך ש- $A+\alpha I$ לא הפיכה.

ב. למערכת $Ax = b$ יש אינסוף פתרונות לכל $b \in R^3$.

ג. $A$ משולשת עליונה או משולשת תחתונה עם איברי אלכסון שווים ל- 0.

ד. אם $v$ וקטור ב- $R^3$ המקיים $A^2v \neq 0$ אז הוקטורים $v, Av, A^2v$ בלתי תלויים ליניארית.

ה. אם לכל $v \in R^3$ $A^2v = 0$, אז $Av = 0$.

<u>שאלה מס. 9 :</u>

נתונה המטריצה $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & a-2 \\ 1 & 1 & a-2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

כאשר $a$ פרמטר ממשי. אזי :

א. $A$ לכסינה אם ורק אם $a \neq 2$.
ב. $A$ לכסינה לכל $a$.
ג. אין ערך של $a$ עבורו $A$ לכסינה.
ד. $A$ לכסינה אם ורק אם $a \neq 1$ וגם $a \neq 2$.
ה. $A$ לכסינה אם ורק אם $a \neq 1$.

<u>שאלה מס. 10</u> :
תהיינה $A$ ו- $B$ מטריצות דומות. אזי :

א. כל הטענות האחרות לא נכונות
ב. ל- $A$ ו- $B$ יש אותו מרחב שורה.
ג. ל- $A$ ו- $B$ יש אותם וקטורים עצמיים.
ד. $A$ ו- $B$ דומות לאותה מטריצה אלכסונית.
ה. אם $A$ הפיכה אז $B$ הפיכה.

<u>שאלה מס. 11</u> :
יהי $V$ מרחב וקטורי מעל $F$ ותהיינה $S,T:V \to V$ העתקות ליניאריות כך ש- $ST=TS$. יהי $\lambda$ ערך עצמי של $T$ , ו- $W_\lambda$ המרחב העצמי של $\lambda$. אז :

א. לכל $w \in W_\lambda$ $T(w)=S(w)$.
ב. $\lambda$ הוא גם ערך עצמי של $S$ עם אותו מרחב עצמי $W_\lambda$.
ג. לכל $w \in W_\lambda$ מתקיים $S(w) \in W_\lambda$.
ד. $w \in W_\lambda$ אם ורק אם $S(w) \in W_\lambda$.
ה. לכל $w \in W_\lambda$ קיים $w' \in W_\lambda$ כך ש- $w=S(w')$.

<u>שאלה מס. 12</u> :
תהי $A$ מטריצה ממשית $7 \times 7$ כך שהפולינום האופייני שלה הוא $p(x)=x^7+x^2$
אז :

א. $A+I$ הפיכה.
ב. $A$ הפיכה.
ג. ל- $A$ יש ערך עצמי ממשי יחיד.

ד. $A$ לכסינה מעל $C$ אם ורק אם $rank(A+I)=5$.
ה. $A$ לכסינה מעל $C$ אם ורק אם $rank(A)=5$.

<u>שאלה מס. 13</u> :

תהי $A$ מטריצה $n\times n$ שהפולינום האופייני שלה הוא $p(x)=\sum_{k=0}^{n}a_k x^k$ ויהי $\alpha\neq 0$
סקלר אזי הפולינום האופייני של $\alpha A$ שווה ל-

א. $p(x)$
ב. $\alpha\, p(x)$
ג. $\alpha\, p\left(\frac{x}{\alpha}\right)$
ד. $\alpha^n p\left(\frac{x}{\alpha}\right)$
ה. $p\left(\frac{x}{\alpha}\right)$

<u>שאלה מס. 14</u> :
תהי $A$ מטריצה ריבועית המקיימת $A^5=0$, נסמן $B=I-A$ אזי :

א. $B^{-1}=I-A+A^2+A^3$
ב. $B$ לא הפיכה
ג. $B^{-1}=I-A+A^2$
ד. $B^{-1}=I+A+A^2+A^3+A^4$
ה. $B^{-1}=I-A+A^2-A^3+A^4$

<u>שאלה מס. 15</u> :
תהיינה $A$ ו- $B$ מטריצות ריבועיות מאותו סדר אזי :

א. אם $A$ דומה ל- $B$ אז $A^3-A+I$ דומה ל- $B^3-B+I$
ב. אם $A$ ו- $B$ לכסינות אז $A+B$ לכסינה
ג. אם $A$ ו- $B$ לכסינות אז $A\cdot B$ לכסינה
ד. אם $A^2$ לכסינה אז $A$ לכסינה
ה. אם $A+B$ לכסינה אז אחת המטריצות $A$ או $B$ לכסינה

<u>שאלה מס. 16</u> :

נתון כי $\begin{vmatrix} a & b & b \\ c & d & e \\ f & g & g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & b \\ e & c & d \\ f & g & g \end{vmatrix} = 1$

אז: $\begin{vmatrix} a & b & b \\ d & e & c \\ f & g & g \end{vmatrix}$ שווה ל-

א. $-2$
ב. $1$
ג. $-1$
ד. $0$
ה. $\frac{1}{2}$

<u>שאלה מס. 17</u> :

נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ אז :

א. $tr(A^3 - I) = 16$
ב. $A$ לכסינה מעל $R$ ובעלת 3 ערכים עצמיים שונים.
ג. $A$ איננה לכסינה מעל $R$.
ד. $A^3$, $A^4$ ו- $A^5$ תלויות ליניארית.
ה. $|A - I| = 16$

# דף תשובות

דף זה מיועד לשימושך. אין צורך להחזיר דף זה עם הבחינה..

| | א | ב | ג | ד | ה |
|---|---|---|---|---|---|
| שאלה 1 | | | | | |
| שאלה 2 | | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | שאלה 3 |
| | | | | שאלה 4 |
| | | | | שאלה 5 |
| | | | | שאלה 6 |
| | | | | שאלה 7 |
| | | | | שאלה 8 |
| | | | | שאלה 9 |
| | | | | שאלה 10 |
| | | | | שאלה 11 |
| | | | | שאלה 12 |
| | | | | שאלה 13 |
| | | | | שאלה 14 |
| | | | | שאלה 15 |
| | | | | שאלה 16 |
| | | | | שאלה 17 |